

Martin Glinz

Software-Qualität – Ausgewählte Kapitel

Kapitel 2

Model Checking



Universität Zürich
Institut für Informatik

2.1 Motivation

- Vor allem bei sicherheitskritischer Software interessiert man sich für formale Beweise, dass
 - ein Programm korrekt ist (d.h. seine Spezifikation erfüllt)
 - ein Modell wichtige geforderte Eigenschaften aufweist
- Im ersten Fall handelt es sich um den **klassischen Programmbeweis**, d.h. der Beweis, dass ein Programm P die gegebene Spezifikation S erfüllt, d.h. logisch gesehen $P \vdash S$
- Den zweiten Fall bezeichnet man als **Model Checking**
Sei M das gegebene Modell und Φ die zu beweisende Eigenschaft (typisch formuliert als Formel in temporaler Logik), so ist zu zeigen, dass das Modell M die Formel Φ erfüllt, d.h. $M \models \Phi$

Formen des Model Checkings

Model Checking wird typisch für zwei Situationen verwendet:

- **Partielle Programmverifikation:**
Ist M ein **Programm** und Φ ein Teil der **Spezifikation** dieses Programms, so bedeutet $M \models \Phi$, dass die Korrektheit von M bezüglich des Teils Φ der Spezifikation bewiesen wird
- **Beweis von Eigenschaften einer Spezifikation:**
Ist M eine **Spezifikation** und Φ eine geforderte **Eigenschaft**, so bedeutet $M \models \Phi$ den Beweis, dass die **Spezifikation die Eigenschaft Φ tatsächlich hat**

Zu beweisende Eigenschaften

- Bei der Untersuchung geforderter Eigenschaften eines Modells gibt es zwei häufig auftretende Klassen
 - **Sicherheitseigenschaften (safety properties)** machen Aussagen über die Unmöglichkeit **verbotener/gefährlicher Eigenschaften**
 - **Lebendigkeitseigenschaften (liveness properties)** machen Aussagen, dass gewisse Eigenschaften irgendwann einmal gelten werden. Typische Lebendigkeitseigenschaften sind die Unmöglichkeit von **Verklemmung (deadlock)** und **Verhungern (livelock, starvation)**

2.2 Exkurs: Temporale Logik

- Formeln in Aussagenlogik und Prädikatenlogik: Wahrheitswert zustandsfrei und zeitlich unbegrenzt: keine zeitlichen Aussagen möglich
- Für zustands- und zeitabhängige Aussagen: **temporale Logik**
- Verschiedene Formen möglich, hier: **LTL (Linear-time Temporal Logic)**
- Formeln in LTL erlauben Aussagen, dass etwas
 - von **nun an immer** gilt
 - **irgendwann einmal** gilt
 - **im unmittelbar nächsten Schritt** gilt
 - **so lange** gilt, **bis** eine andere Aussage gilt
- Zeit wird als eine **diskrete Folge von Zuständen** modelliert
- Das System, über das zeitliche Aussagen gemacht werden sollen, wird als so genannte **Kripke-Struktur** modelliert

Kripke-Strukturen

Gegeben seien eine endliche* Menge S von Zuständen und eine endliche Menge P von atomaren logischen Aussagen

Ein System (S, I, R, B) , welches besteht aus

- der Zustandsmenge S ,
- einer Menge I von Anfangszuständen, $I \subseteq S$
- einer Zustandsübergangsrelation $R \subseteq S \times S$, so dass es in S keinen Endzustand gibt,
- einer Bewertungsfunktion B , welche jedem Zustand $s \in S$ eine Teilmenge von Aussagen aus der Menge P zuordnet, die im Zustand s wahr sind,

wird **Kripke-Struktur** (oder Kripke-Transitionssystem) genannt.

*Kripke-Strukturen sind im Prinzip auf abzählbar unendlichen Zustandsmengen definiert. Für Model Checking können wir uns aber auf endliche Mengen beschränken

Beispiel: Modell einer Ampel als Kripke-Struktur

Sei $P = \{\text{aus}, \text{rot}, \text{gelb}, \text{grün}\}$



Aufgabe: Ergänzen Sie dieses Modell so, dass die Ampel auch gelb blinken kann.

Formeln in LTL

- Eine LTL-Formel ist aufgebaut aus
 - atomaren logischen Aussagen,
 - den aussagenlogischen Operatoren $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow,$
 - den Zeitoperatoren
 - X (next)
 - G (globally)
 - F (finally)
 - U (until)
- **Alternative Notation:**
 - f für X f
 - f für G f
 - ◇ f für F f
- **Interpretation:** immer auf einem Pfad in einer Kripke-Struktur
- **Beispiel:** sei $s1 \rightarrow s2 \rightarrow s3 \rightarrow s4 \rightarrow \dots$ ein Pfad im Ampel-System. Für diesen Pfad sind
 - Wahr: X gelb \vee grün, rot U grün, G \neg aus, F grün
 - Falsch: X grün, G(rot U grün), F aus

2.3 Model Checking mit LTL

- Ein als Kripke-Struktur gegebenes Modell M erfüllt die LTL-Formel Φ , formal $M \models \Phi$, genau dann, wenn Φ für alle Pfade in M wahr ist.
- Damit lässt sich **Model Checking mit LTL** wie folgt präzise fassen:
 - Sei M ein gegebenes **Modell in Form einer Kripke-Struktur**
 - Seien ferner die zu beweisenden **Eigenschaften als Formel Φ in LTL** formuliert
 - Model Checking ist ein **algorithmisches Verfahren zum Beweis von $M \models \Phi$** . Wenn der Beweis scheitert, d.h es gilt $M \models \neg \Phi$, so liefert das Verfahren ein **Gegenbeispiel** in Form eines Pfads in M , für den Φ falsch ist.

Beispiel: Wechselseitiger Ausschluss

Gegeben sei das Problem des wechselseitigen Ausschlusses von zwei Prozessen p_1 und p_2 . Es gebe einen kritischen Bereich c , in dem sich zu jedem Zeitpunkt höchstens ein Prozess befinden darf.

Sei $c_i \equiv p_i$ befindet sich im kritischen Bereich
 $t_i \equiv p_i$ versucht, den kritischen Bereich zu betreten
 $n_i \equiv p_i$ tut etwas Anderes

In LTL können wir den wechselseitigen Ausschluss formulieren als:

$$(1) \quad G \neg (c_1 \wedge c_2)$$

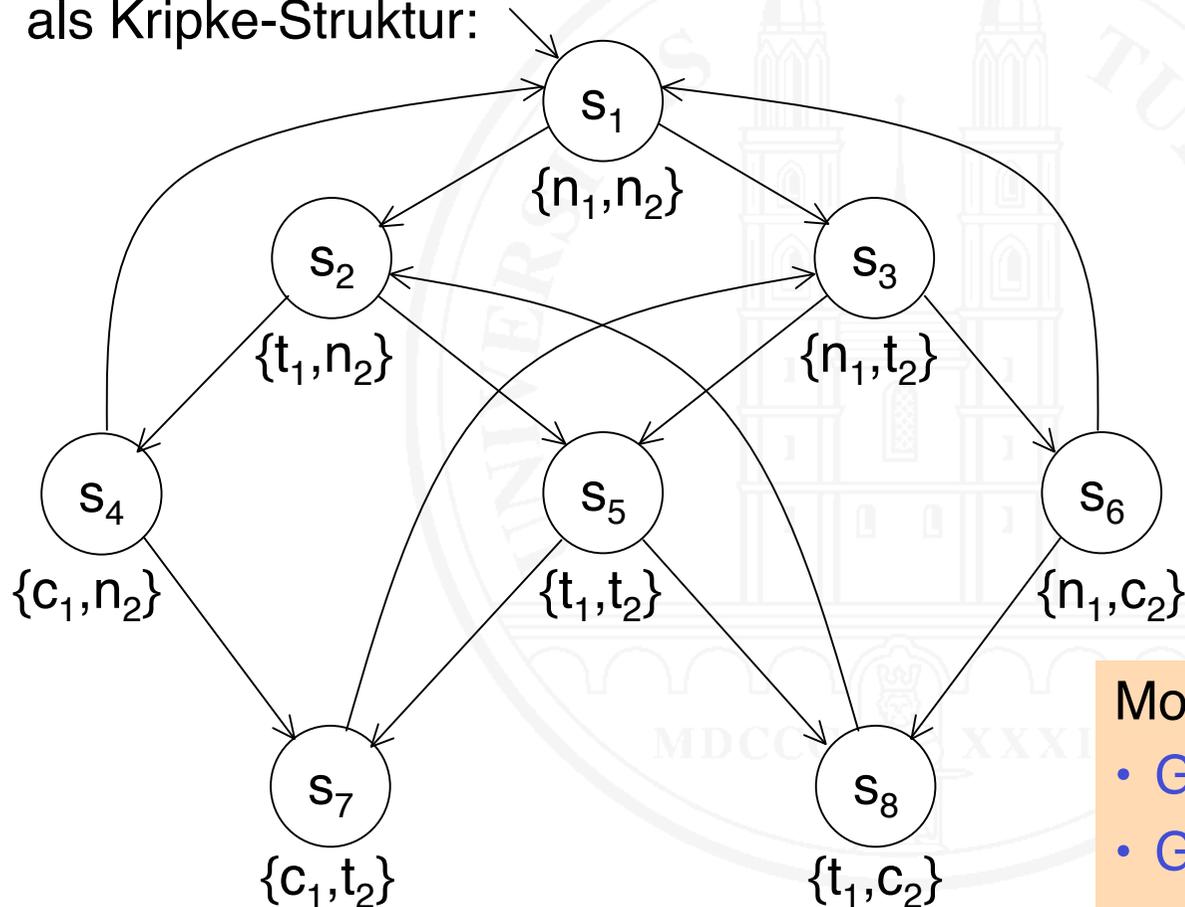
Ferner formulieren wir die Eigenschaft, dass jeder Prozess, welcher versucht, den kritischen Bereich zu betreten, ihn auch irgendwann betritt.

$$(2) \quad G ((t_1 \rightarrow F c_1) \wedge (t_2 \rightarrow F c_2))$$

Aufgabe: Von welcher Art sind die Eigenschaften (1) und (2)?

Beispiel: Wechselseitiger Ausschluss – 2

Nun modellieren wir ein einfaches wechselseitiges Ausschlussprotokoll als Kripke-Struktur:



Model Checking beweist:

- $G \neg(c_1 \wedge c_2)$ gilt
- $G ((t_1 \rightarrow F c_1) \wedge (t_2 \rightarrow F c_2))$ gilt nicht

Beispiel: Wechselseitiger Ausschluss – 3

○ Aufgabe:

- Geben Sie ein Gegenbeispiel an, welches zeigt, dass
(2) $G ((t_1 \rightarrow F c_1) \wedge (t_2 \rightarrow F c_2))$
nicht gilt
- Wie müsste das Modell modifiziert werden, damit Formel (2) auf allen Pfaden wahr ist?

Aufwand für Model Checking

- Die Komplexität effizienter Model Checking Algorithmen ist $O(n)$, wobei n die Anzahl der Zustände ist
- Aber: die Anzahl der Zustände wächst **exponentiell** mit der Anzahl der Variablen im Modell:
 - n binäre Variablen 2^n Zustände
 - n Variablen à m Bit: 2^{nm} Zustände
- Die **Zustandsräume** realer Programme bzw. Modelle sind auch für schnelle Algorithmen **zu groß**
- ⇒ **Vereinfachung notwendig**

Vereinfachung

- Verlustlose Vereinfachung
 - Repräsentation von Modell und Formeln mit Hilfe so genannter **geordneter binärer Entscheidungsdiagramme** (ordered binary decision diagrams)
 - beschleunigt die Algorithmen signifikant
 - Wird **symbolisches Model Checking** genannt
 - Beweist entweder $M \models \Phi$ oder $M \models \neg \Phi$
- Vereinfachung durch **Abstraktion**
 - **Gezielte Vereinfachung des Modells** durch Modellierer
 - Beispielsweise nur drei Werte für eine Integer-Variable: -3, 0, 3
 - Erfolg ist **kein Beweis** mehr, sondern liefert nur noch **Evidenz**
 - Ein **Gegenbeispiel** beweist nach wie vor $M \models \neg \Phi$
 - ⇒ Wird von einem Beweisverfahren zu einem **automatisierten Testverfahren**

Model Checking in der Praxis

- Im **Schaltkreisentwurf** (Hardwarebau)
- Für **kritische Teile realer großer Software**, v.a. in den Domänen Telekommunikation und Avionik
- Modelle müssen nicht als Kripke-Strukturen dargestellt werden, sondern können in einer **programmiersprachen-ähnlichen Notation** geschrieben werden
- Bekannte Model Checker sind
 - **SPIN** [Holzmann 1991, 1997, 2003]
 - Frei verfügbar, große Benutzergemeinde: <http://spinroot.com>
 - **SMV** [McMillan 1993]
 - Frei verfügbar: <http://www.cs.cmu.edu/~modelcheck/>
 - Verwendet CTL (computation tree logic) als Logik

Literatur

Clarke, E.M. and E. A. Emerson (1981). Synthesis of Synchronization Skeletons for Branching Time Temporal Logic. *Workshop Logic of Programs*, Yorktown Heights, NY. *Lecture Notes in Computer Science Volume 131*. Berlin-Heidelberg: Springer.

Clarke, E.M., E. A. Emerson and A. P. Sistla (1986). Automatic Verification of Finite-State Concurrent Systems Using Temporal Logic Specifications. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems* **8**, 2. 244-263.

McMillan, K.L.(1993). *Symbolic Model Checking*. Kluwer Academic Publishers.

Holzmann, G.J. (1991). *Design and Validation of Computer Protocols*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

Holzmann, G.J. (1997). The Model Checker SPIN, *IEEE Transactions on Software Engineering* **23**, 5. 279-295.

Holzmann, G.J. (2003). *The Spin Model Checker: Primer and Reference Manual*. Addison-Wesley.

Huth, M.R.A. and M.D. Ryan (2000). *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kripke, S.A. (1963). Semantic Considerations on Modal Logic. *Acta Philosophica Fennica* **16**. 83-94.

Pnueli, A. (1977). The Temporal Logic of Programs. *Proc. 18th IEEE Symposium on the Foundations of Computer Science*, Providence, R.I. 46-57.