Halteproblem

- Wie kann man feststellen, ob ein Programm terminiert?

- Testen: man prüft für bestimmte Eingabewerte, ob das Programm nach endlicher Zeit terminiert

  Resultat *ja*: OK

  Resultat *nein*: keine Aussage möglich

- Programme können in eine unendliche Schleife oder in eine unendliche Rekursion geraten

- Frage: Gibt es einen allgemeinen Algorithmus, der für ein gegebenes Programm und gegebene Eingabewerte nach endlicher Zeit feststellt, ob das Programm terminiert oder nicht?

- Antwort: Nein, es gibt keinen solchen allgemeinen Algorithmus: das Halteproblem ist nicht entscheidbar, aber semi-entscheidbar.

- Testen ist – zusätzlich zu seiner Bedeutung bei der Validierung von Programmen gegenüber den Anforderungen – das mächtigste Verfahren, um die Terminierung eines Programms festzustellen

Halteproblem

- **P** ist die Menge aller WHILE Programme und G: $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{N_0}$ eine *bijektive* Gödelisierung, d.h.

  zu jedem Programm $p \in \mathbf{P}$ gibt es genau eine natürliche Zahl $G(p) \in \mathbf{N_0}$

  jede natürliche Zahl n kann als das WHILE Programm $G^{-1}(n) \in \mathbf{P}$ interpretiert werden

- Gegeben ein WHILE Programm $p \in \mathbf{P}$ und eine natürliche Zahl x. Terminiert p für x?

- Angenommen, es gibt ein WHILE Programm T, das diese Frage für beliebige WHILE Programme p und Eingabewerte x entscheidet.
  - T bekommt 2 Eingabewerte: $x_1=G(p)$ und $x_2=x$
  - T terminiert mit $x_0=1$, wenn p für x terminiert
  - T terminiert mit $x_0=0$, wenn p für x nicht terminiert
  - T' ist das Programm

    $x_2 := x_1;$

    T;

    WHILE $x_0 \neq 0$ DO $x_0 := x_0$ OD
  - wir starten T' mit der Eingabe G(T')
  - T' terminiert für diese Eingabe genau dann, wenn T terminiert, d.h. wenn T für x_1= G(T') und x_2= G(T') mit $x_0=1$ terminiert
  - aber genau für diesen Fall terminiert T' nicht
  - Widerspruch $\Rightarrow$ Programm T kann nicht existieren

Äquivalenzproblem & Korrektheitsproblem

- Äquivalenz zweier Programme – d.h. für die gleiche Eingabe die gleiche Ausgabe erzeugen – ist nicht entscheidbar.

- Also ist auch nicht entscheidbar, ob ein Programm eine (formale) Spezifikation erfüllt.

- Korrektheit eines Programm – d.h eine gegebene Funktion berechnen – ist nicht entscheidbar.