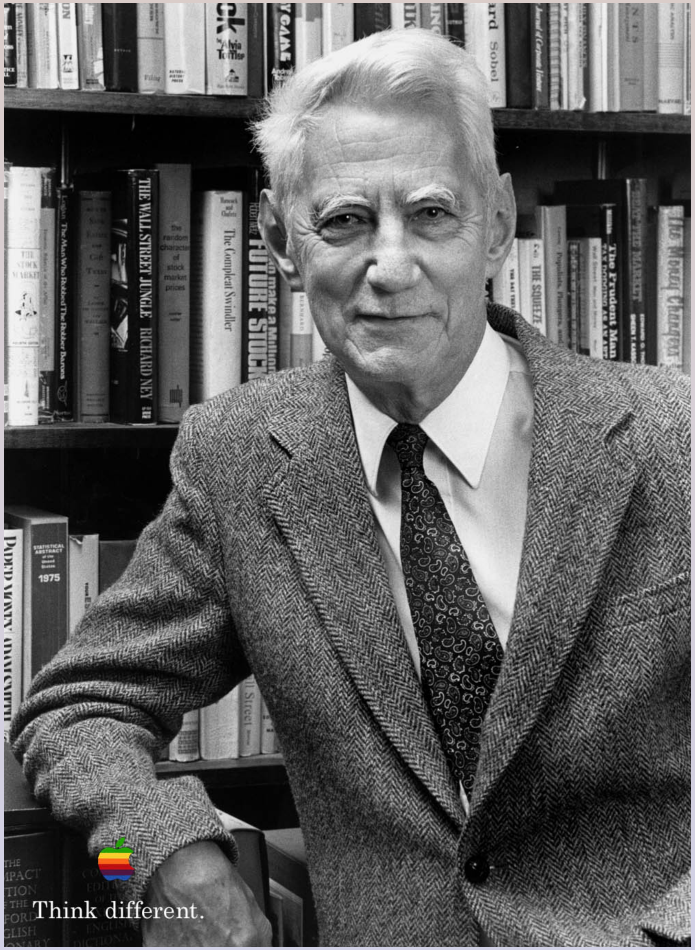
educational engineering lab
Department for Information Technology
University of Zurich



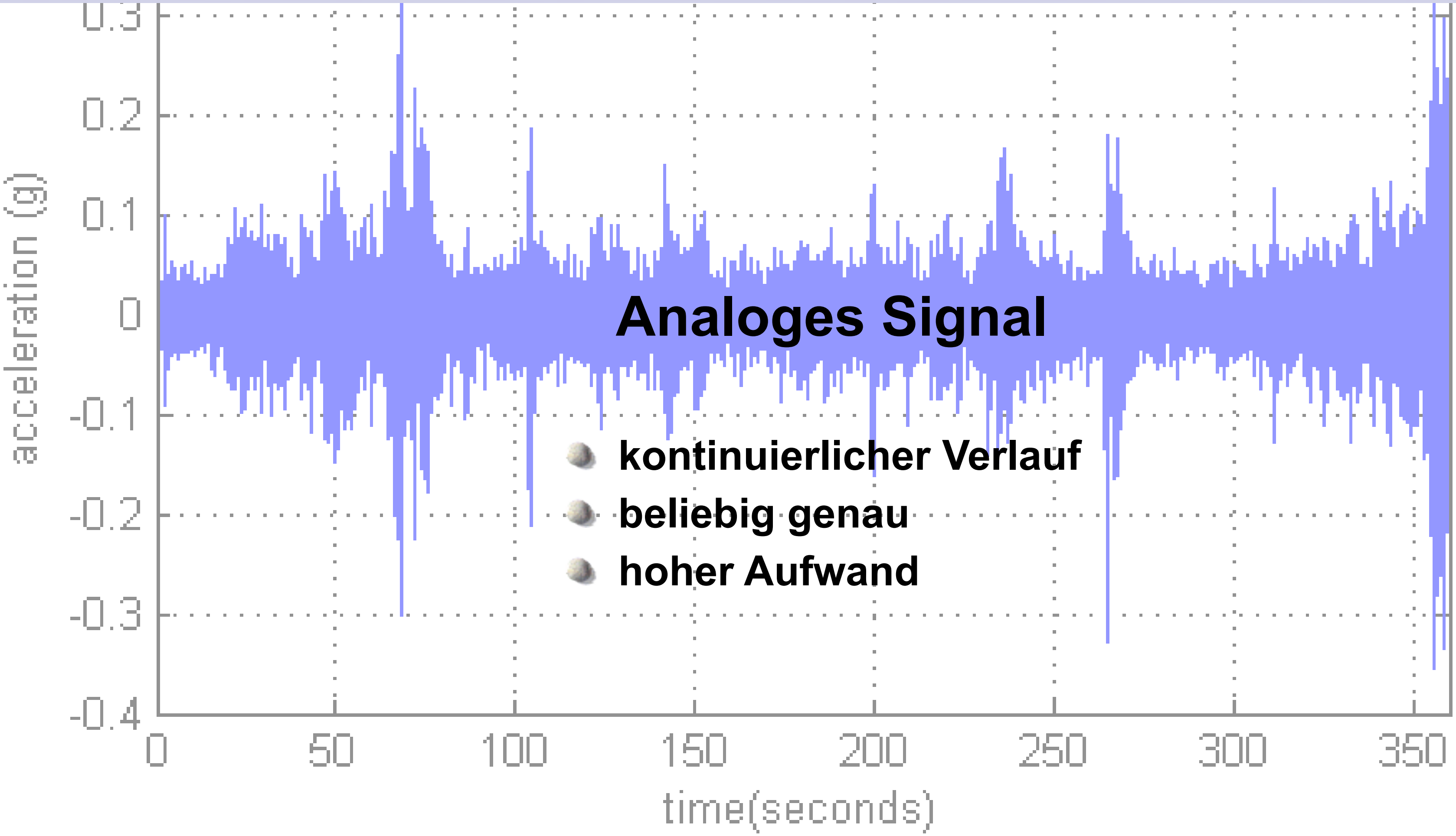
Informationstheorie

Claude Shannon 1916-2001

- Signal
- Nachricht
- Information

Signal

- analog
- digital



Analoges Signal

- **kontinuierlicher Verlauf**
- **beliebig genau**
- **hoher Aufwand**

Digitales Signal

- diskreter Verlauf
- begrenzte Genauigkeit
- geringer Aufwand

Nachricht

- Sprache
- Syntax
- Semantik

Beispiele für Sprachen

- H_2SO_4
- (x+1)/(x-1)
- b2 x c4!
- for (int i=0; i<n; i++)

Syntax

- Alphabet
- Code

Beispiele für Alphabete:

{ a | b | c | ... | z }

{ α | β | γ | ... | ω}

{ 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 }

{♈|♉|♊|♋|♌|♍|♎|♏|♐|♑|♒|♓}

{ ♣ | ♦ | ♥ | ♠ }

{ 🚺 | 🚹 }

{🔒|🔓}

{ + | - }

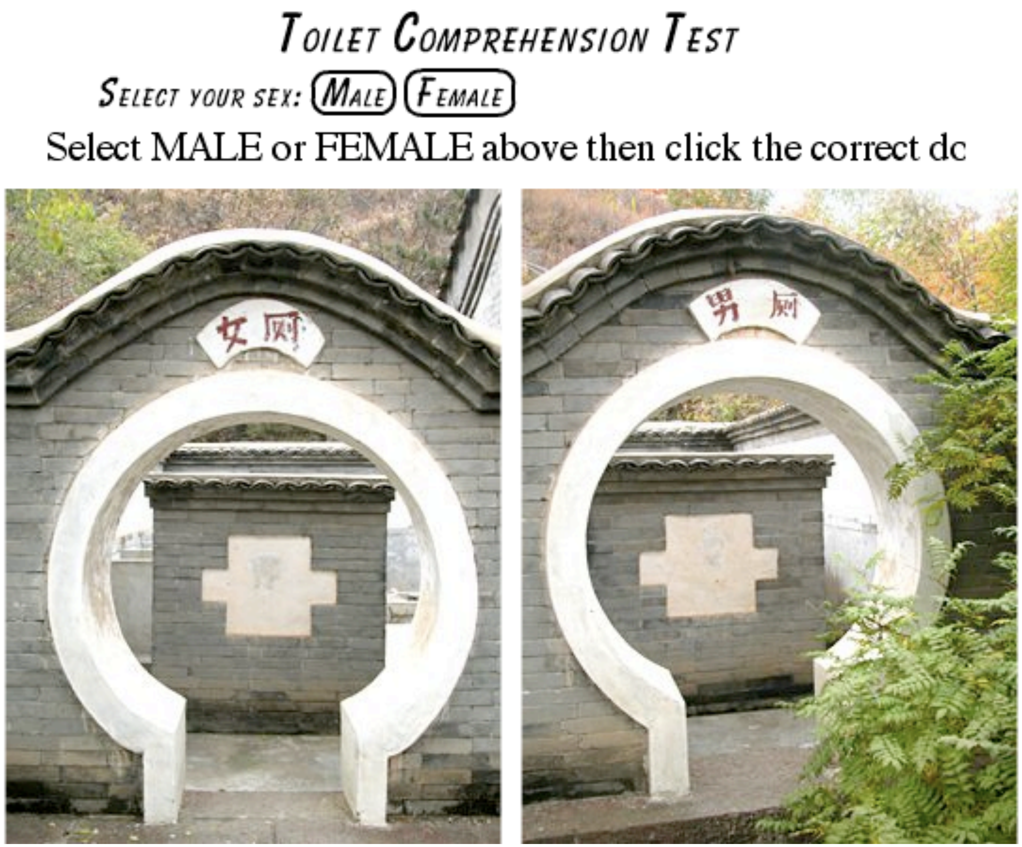
{ Ø | 1 }

Samuel F. B. Morse

Morsecode:

A	·–	N	–·		
B	–···	O	–––	1	·––––
C	–·–·	P	·––·	2	··–––
D	–··	Q	––·–	3	···––
E	·	R	·–·	4	····–
F	··–·	S	···	5	·····
G	––·	T	–	6	–····
H	····	U	··–	7	––···
I	··	V	···–	8	–––··
J	·–––	W	·––	9	––––·
K	–·–	X	–··–	0	–––––
L	·–··	Y	–·––		
M	––	Z	––··		

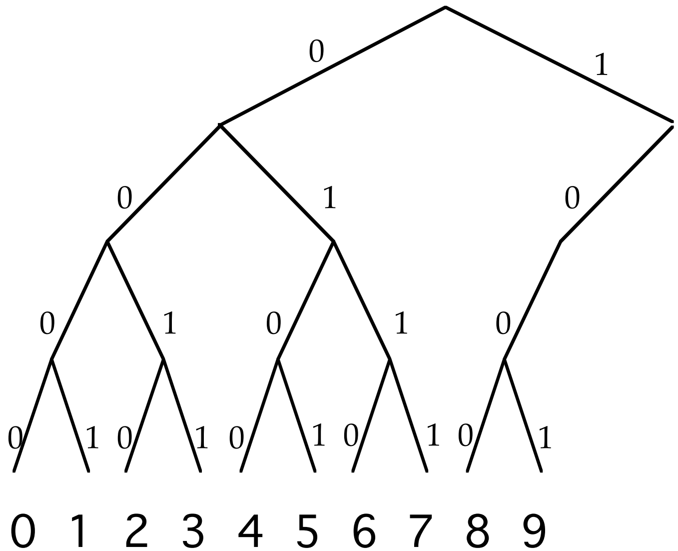
Beispiele für Binäres Alphabet:



Binärcode

0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001

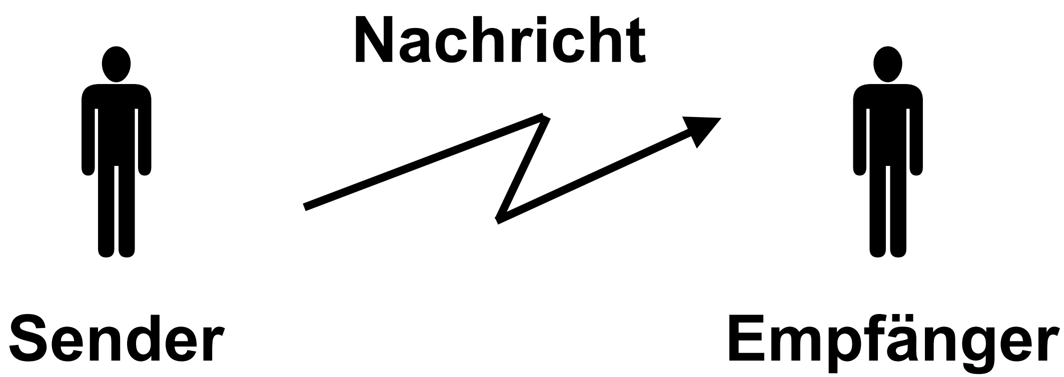
Codebaum



$$n = 2^l$$

$$l = \mathrm{ld}\ n$$

l ... Wortlänge [bit]
n ... Anzahl der Zeichen


Nachricht
Sender
Empfänger

Informationsgehalt h(p)

- unabhängig von der Codierung
- steigt wenn die Wahrscheinlichkeit p sinkt
- $h(p_1 * p_2) = h(p_1) + h(p_2)$
- $h(p) = ld\ (1/p)$ [bit]

Beispiele für Informationsgehalt

- $h(1) = 0$ Nachricht wird immer erwartet
- $h(0) = \infty$ Nachricht wird nie erwartet
- $h(0.5) = 1$ Nachricht wird zu 50% erwartet
- $h(0.1) = 3.32$ Informationsgehalt einer Dezimalziffer

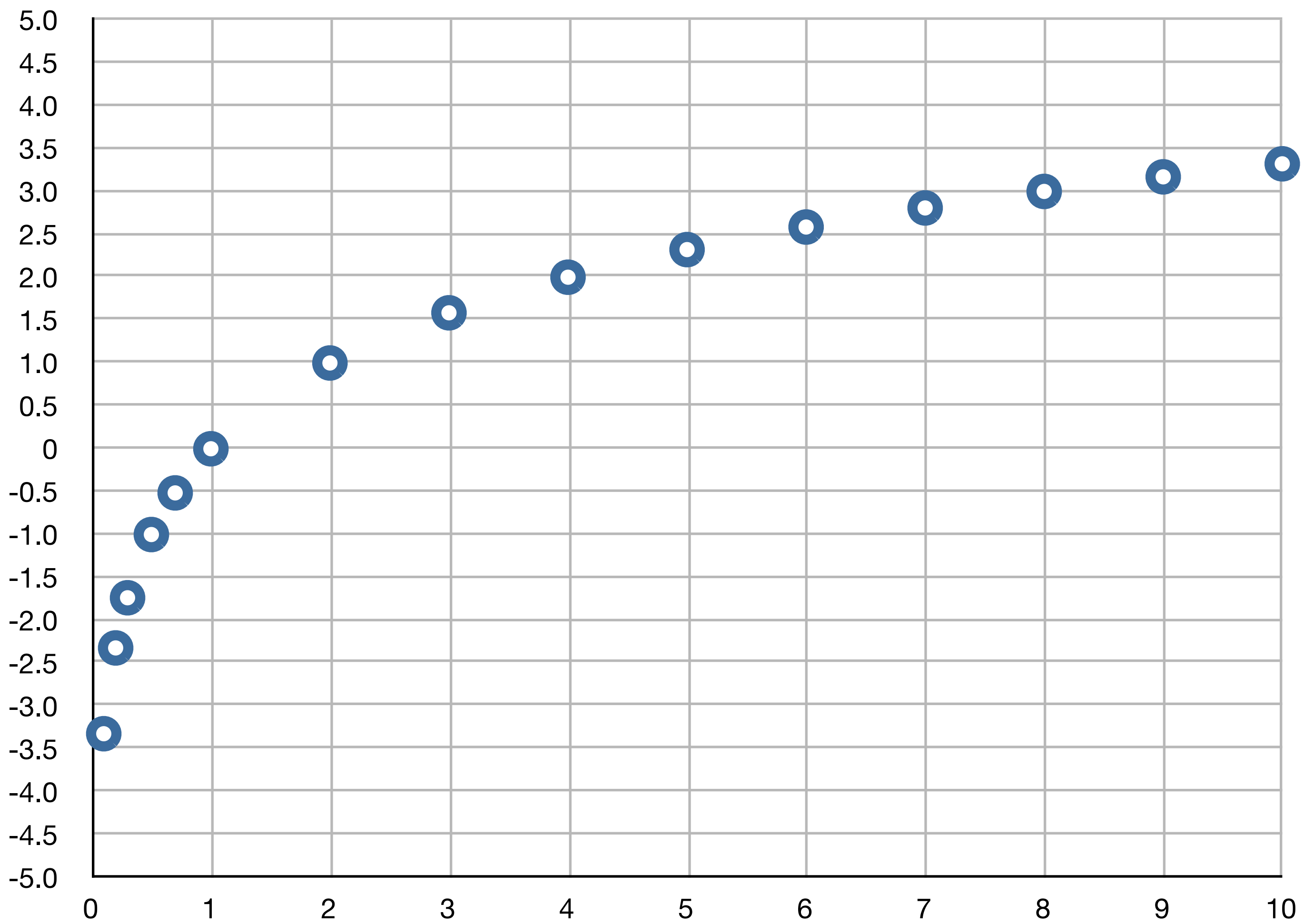
Logarithmus dualis ld x

- $2^{\mathrm{ld}\,x} = x$
- $\mathrm{ld}\ 1/x = -\ \mathrm{ld}\ x$
- $\mathrm{ld}\ (x*y) = \mathrm{ld}\ x + \mathrm{ld}\ y$
- $\mathrm{ld}\ 2*x = 1 + \mathrm{ld}\ x$
- $\mathrm{ld}\ x^2 = 2*\mathrm{ld}\ x$
- $\mathrm{ld}\ x = \ln x / \ln 2 \sim 1.44*\ln x$ (folgt aus $2^{\mathrm{ld}\,x} = e^{\ln x}$)
- $\mathrm{ld}\ x = \log x / \log 2 \sim 3.32*\log x$ (folgt aus $2^{\mathrm{ld}\,x} = 10^{\log x}$)

Beispiele

- ld 1 = 0
- ld 2 = ld (2*1) = 1 + ld 1 = 1 + 0 = 1
- ld 4 = ld (2*2) = 1 + ld 2 = 1 + 1 = 2
- ld 8 = ld (2*4) = 1 + ld 4 = 1 + 2 = 3
- ld 10 ~ 3.32*log 10 = 3.32*1 = 3.32
- ld 5 = ld 10 - 1 ~ 2.32
- ld 9 ~ (ld 8 + ld 10)/2 = (3 + 3.32)/2 = 3.16
- ld 3 = (ld 9)/2 ~ 1.58
- ld 7 = (ld 49)/2 ~ (ld 50)/2 = (ld 100 -1)/2 = (2*ld 10 - 1)/2 = 2.82

x	ld x
1	0.00
2	1.00
3	1.58
4	2.00
5	2.32
6	2.58
7	2.81
8	3.00
9	3.17
10	3.32


5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
-4.0
-4.5
-5.0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

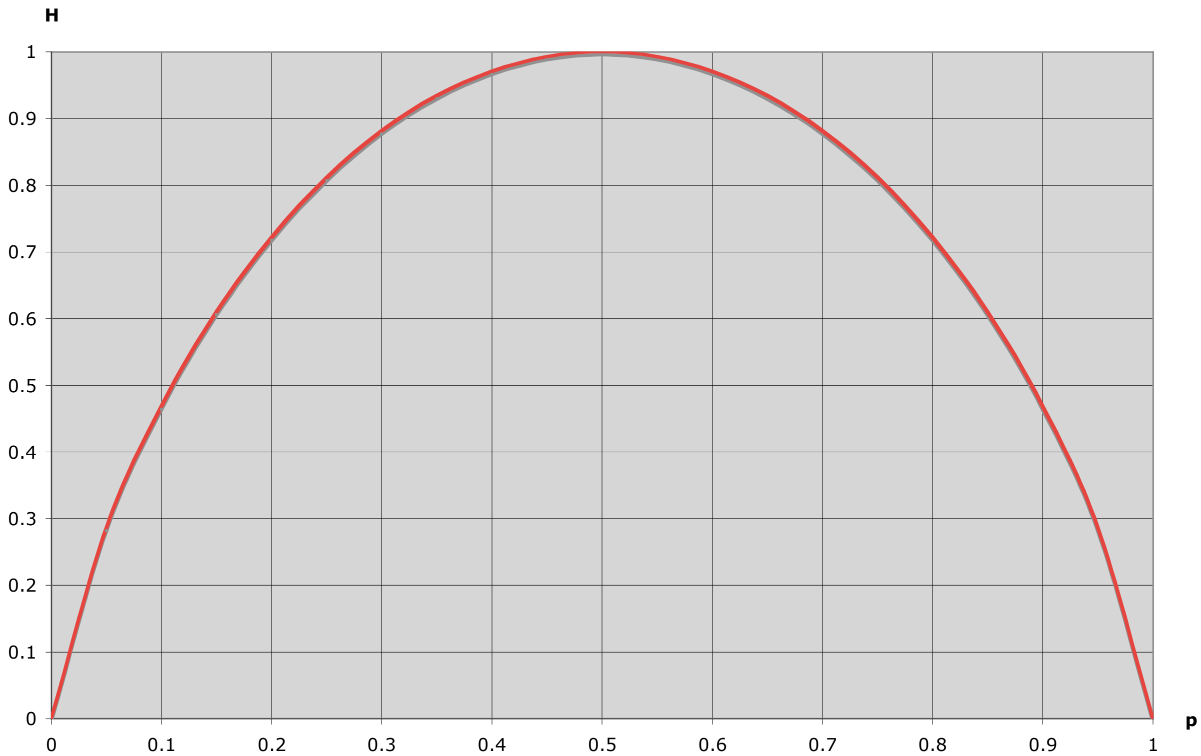
Mittlerer Informationsgehalt $H = \sum p_i \, ld \; 1/p_i$ [bit]

Mittlere Wortlänge $L = \sum p_i \, l_i$ [bit]

Redundanz $R = L - H$ [bit]

Shannon'sche Funktion

H = p ld 1/p + (1-p) ld 1/(1-p)



Redundanz einer Dezimalziffer
(alle 10 Ziffern gleichwahrscheinlich)

Informationsgehalt H = ld 10 = 3.32 bit

Wortlänge L = 4 bit

Redundanz R = L - H = 0.68 bit

Informationsgehalt eines Buchstabens
(alle 26 Buchstaben gleichwahrscheinlich)

Informationsgehalt H = ld 26 = 4.7 bit

Informationsgehalt eines Buchstabens

(unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten einzelner Buchstaben)

Mittlerer Informationsgehalt H = 4.1 bit

Informationsgehalt eines Buchstabens
(unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten aufeinanderfolgender Buchstaben)

Mittlerer Informationsgehalt H ~ 2 bit

Informationsgehalt eines Wortes

(10 Millionen Wörter
mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten)

Mittlerer Informationsgehalt H ~ 11.8 bit
Mittlere Wortlänge L = 5.7 Buchstaben

Informationsfluss beim Lesen

25 Buchstaben pro Sekunde
entspricht 50 bit/s

(In 60 Jahren kann ein Mensch etwa $3*10^{10}$ bit aufnehmen)

Auflösung des menschlichen Auges ~ 6 Megapixel

Speicherkapazität des Gehirns ~ 10^{12} bit

Erbinformation ~ 10^{10} bit