



Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Graphen



Leonhard Euler (1707-1783)



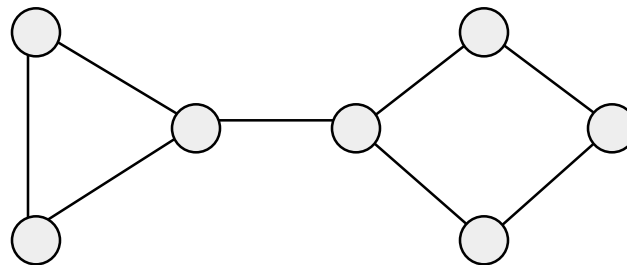
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Graph

Ein Graph besteht aus Knoten (nodes, vertices) die durch Kanten (edges) miteinander verbunden sind.

zB:





Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Nachbarschaftsbeziehungen

Zwei Knoten heissen adjazent (adjacent), wenn sie durch eine Kante miteinander verbunden sind.

Ein Knoten heisst inzident (incident) zu einer Kante, wenn der Knoten Eckpunkt dieser Kante ist.



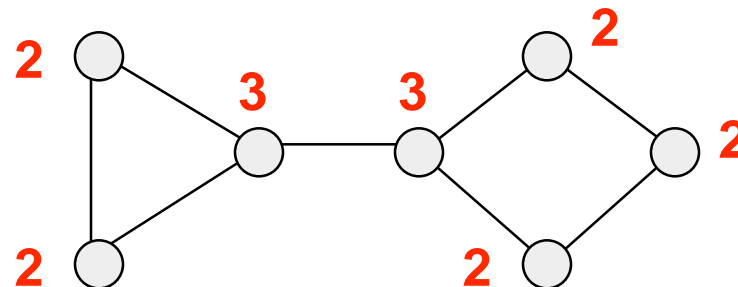
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Grad eines Knotens

Die Anzahl der Kanten, für die ein Knoten inzident ist bezeichnet man als Grad (degree) dieses Knotens.

zB:





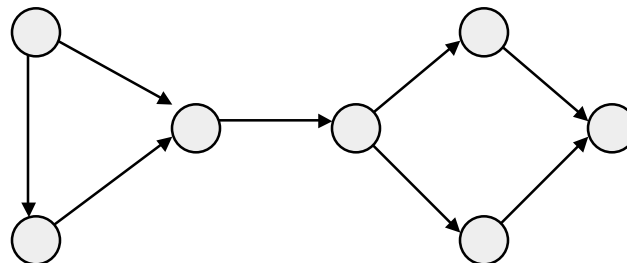
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Gerichtete Graphen

Ein Graph heisst gerichtet (directed), wenn seine Kanten eine Orientierung (von einem Knoten zu einem Knoten) aufweisen. Ein gerichteter Graph wird auch als Digraph (directed graph) bezeichnet.

zB:





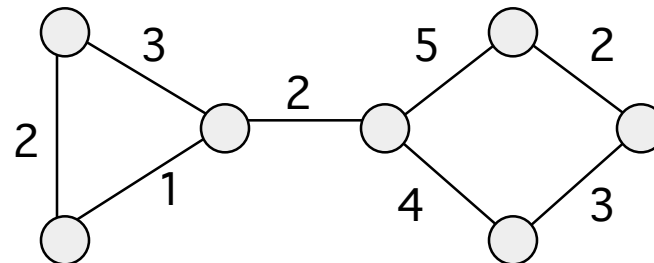
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Gewichtete Graphen

Ein Graph heisst gewichtet (weighted), wenn seinen Kanten Attribute (Gewichte) zugeordnet sind.

zB: Entfernungen in einem Ortsnetz





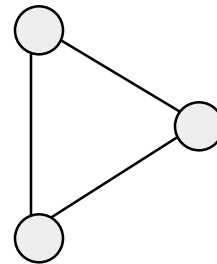
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Vollständige Graphen

Ein Graph heisst vollständig (complete), wenn eine Kante von jedem Knoten zu jedem anderen Knoten führt.

zB:





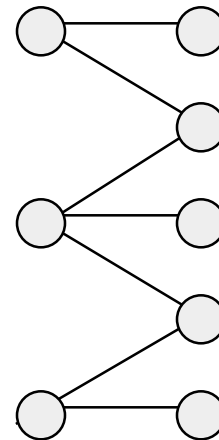
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Bipartite Graphen

Ein Graph heisst bipartit (bipartite), wenn Kanten nur Knoten aus zwei disjunkten Teilmengen miteinander verbinden.

zB:





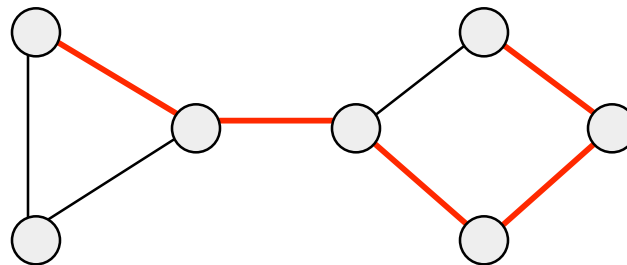
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Pfade

Eine Folge von n Kanten, die zwei Knoten miteinander verbinden, wird als Weg oder Pfad (path) der Länge n bezeichnet.

zB Pfad der Länge $n=5$:





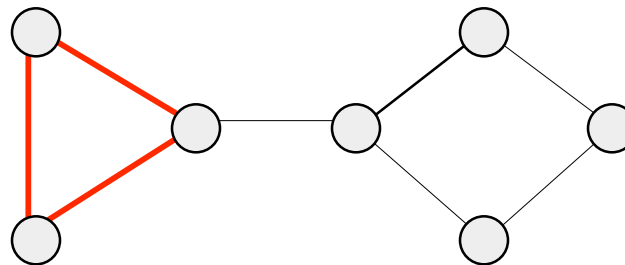
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Zyklen

Ein geschlossener Pfad, der zu seinem Startknoten zurückführt und eine Länge $n \geq 3$ hat, ist ein Zyklus (cycle).

zB Zyklus der Länge $n=3$:





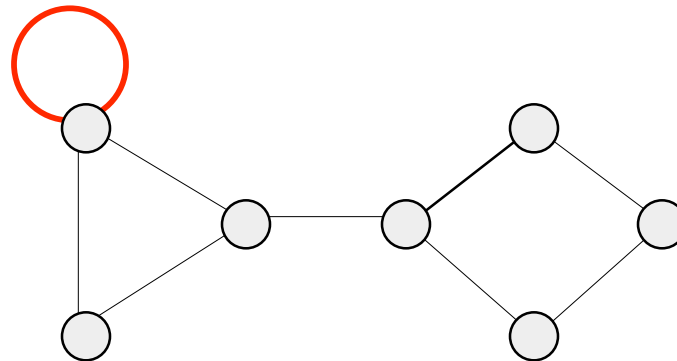
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Schlaufen

Eine Kante, die einen Knoten mit sich selbst verbindet heisst Schlaufe (loop).

zB:





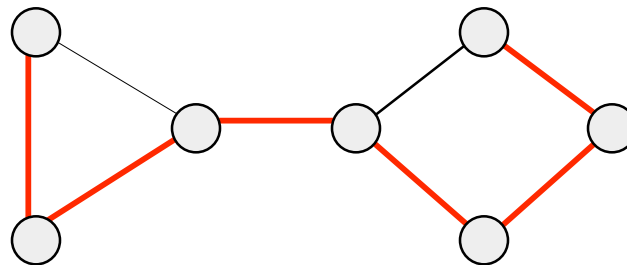
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Hamilton-Pfad

In einem Hamilton-Pfad wird jeder Knoten des Graphen genau einmal durchlaufen.

zB:





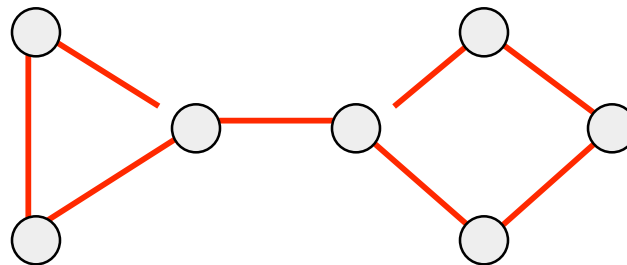
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Euler-Pfad

In einem Euler-Pfad ist jede Kante des Graphen genau einmal enthalten.

zB:





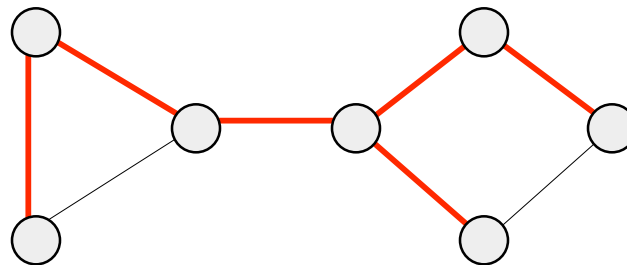
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Spannender Baum

Ein spannender Baum (spanning tree) eines Graphen verbindet alle Knoten durch eine zyklensfreie Teilmenge aller Kanten.

zB:





Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich

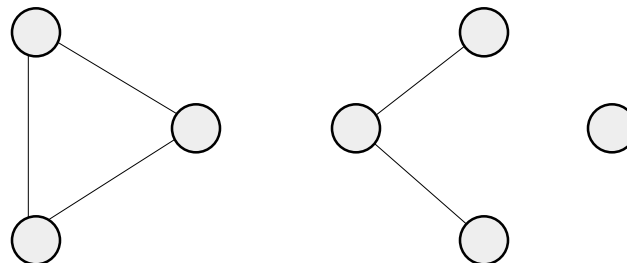


Komponenten

Eine Komponente (component) ist ein zusammenhängender Teil eines Graphen.

Ein Graph kann aus mehreren Komponenten bestehen.

zB: Graph mit 3 Komponenten





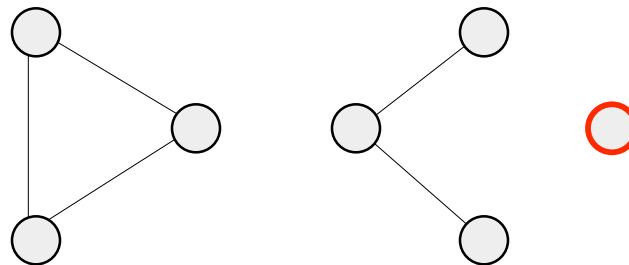
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Isolierter Knoten

Ein Knoten heisst isoliert (isolated), wenn er der einzige Knoten einer Komponente ist.

zB: Graph mit einem isolierten Knoten





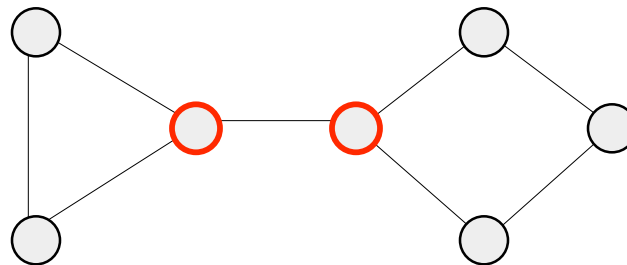
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Kritische Knoten

Ein Knoten eines Graphen ist genau dann kritisch (critical), wenn durch seine Entfernung der Graph in mehrere Komponenten zerfällt.

zB:





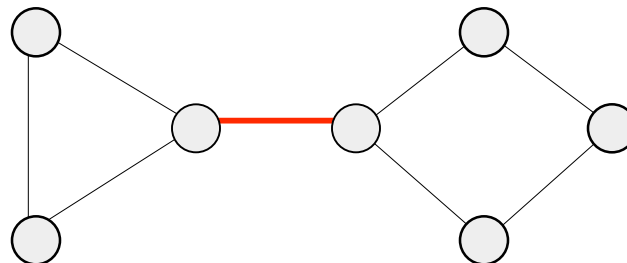
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Kritische Kanten

Eine Kante eines Graphen ist genau dann kritisch, wenn durch ihre Entfernung der Graph in mehrere Komponenten zerfällt.

zB:





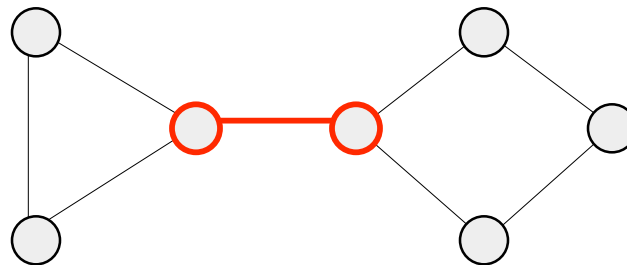
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Artikulationspunkte

Kritische Kanten und kritische Knoten werden gemeinsam auch als Artikulationspunkte (articulation points) eines Graphen bezeichnet.

zB:





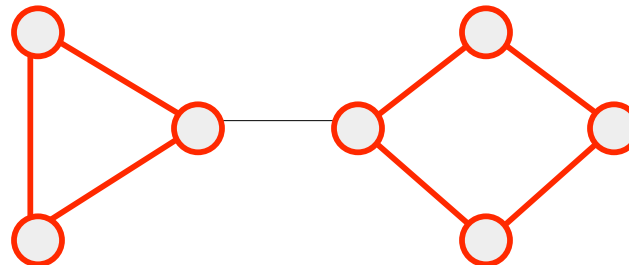
Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Zweifacher Zusammenhang

Eine Komponente eines ungerichteten Graphen ist zweifach zusammenhängend (biconnected), wenn jeder Knoten von jedem anderen Knoten auf zwei unterschiedlichen Pfaden erreichbar ist.

zB:





Helmut Schauer
Educational Engineering Lab
Department for Information Technology
University of Zurich



Schwacher Zusammenhang

In einem Digraphen ist ein Knoten y von einem Knoten x aus schwach erreichbar, wenn es einen ungerichteten Pfad von x nach y gibt.

Eine Komponente eines Digraphen ist schwach zusammenhängend (weakly connected), wenn jeder Knoten von jedem anderen Knoten aus schwach erreichbar ist.



Starker Zusammenhang

In einem Digraphen ist ein Knoten y von einem Knoten x aus stark erreichbar, wenn es einen Pfad von x nach y gibt.

Eine Komponente eines Digraphen ist stark zusammenhängend (strongly connected), wenn jeder Knoten von jedem anderen Knoten aus stark erreichbar ist.

zB 5 stark zusammenhängende Komponenten eines Digraphen:

